
Hybrydowy stabilizator odporny dla robota mobilnego o kinematyce (2,0)

Maciej Michalek¹, Dariusz Pazderski¹

Streszczenie

Artykuł przedstawia propozycję nowego algorytmu stabilizacji dla robota mobilnego o kinematyce (2,0). Proponowana koncepcja wynika z połączenia za pomocą dynamicznie ważonej kombinacji liniowej dwóch algorytmów sterowania: nieciągłej metody VFO oraz gładkiego stabilizatora Pometa. Wynikowy stabilizator hybrydowy jest odporny na zakłócenia pomiarowe zmiennych konfiguracyjnych, dając generalnie szybkość i nieoscyłacyjną zbieżność składowej przejściowej błędów stabilizacji w zamkniętym układzie sterowania. Efektywność metody zilustrowano wynikami symulacyjnymi oraz eksperymentalnymi.

1. POSTAWIENIE PROBLEMU

Rozważmy kinematykę (2,0) robota mobilnego reprezentowanego przez bezdriwowy system dynamiczny:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}(\mathbf{q})\mathbf{u} = \mathbf{g}_1 u_1 + \mathbf{g}_2(\mathbf{q})u_2 \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} u_2, \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{G}(\mathbf{q}) = [\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2(\mathbf{q})]$ jest macierzą kinematyki, $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T \in \mathbb{R}^2$ to wektor sterowań, natomiast $\mathbf{q} = [\theta \ x \ y]^T \in \mathbb{R}^3$ jest wektorem konfiguracji składającym się z kąta orientacji θ platformy oraz współrzędnych (x, y) środka osi kół napędowych. Sygnały sterujące u_1, u_2 są interpretowane jako, odpowiednio, prędkość kątowa i postępową platformy. Zasadniczy problem poruszany w pracy wynika z uzupełnienia modelu (1) następującym równaniem wyjścia

$$\mathbf{y} = (\mathbf{q} + \boldsymbol{\varepsilon}) \in \mathbb{R}^3, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_\theta \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y]^T \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{V}), \quad (2)$$

w którym $\boldsymbol{\varepsilon}$ stanowi wektor zmiennych losowych o rozkładzie normalnym z zerową średnią i macierzą kowariancji $\mathbf{V} = \text{diag}\{v_\theta^2, v_x^2, v_y^2\} \succ 0$. Elementy wprowadzonego wektora $\boldsymbol{\varepsilon}$ reprezentować będą składowe zakłócenia pomiarowych występujących w rzeczywistym układzie sterowania. Równanie (2) przedstawia zatem *model pomiarowy* zmiennych konfiguracyjnych wyrażając jednocześnie fakt, iż w praktycznej realizacji sterowania dla systemu (1) dokładna znajomość wektora \mathbf{q} nie jest możliwa.

W celu bardziej precyzyjnego zdefiniowania problemu sterowania założymy (bez utraty ogólności rozważań ze względu na symetrię grupy SE(2)) zerową konfigurację referencyjną: $\mathbf{q}_t = [\theta_t \ x_t \ y_t]^T = \mathbf{0}$. Wówczas błąd stabilizacji $\mathbf{e} = [e_\theta \ e_x \ e_y]^T$

¹Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań, {maciej.michalek/dariusz.pazderski}@put.poznan.pl

zdefiniowany jako $\mathbf{e} := \mathbf{q}_t - \mathbf{q}$ jest równoważny wektorowi $-\mathbf{q}$. Wobec równania (2) jesteśmy zainteresowani znalezieniem takiego sterowania ze sprzężeniem od wyjścia $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{q}_t, \mathbf{y}, \cdot)$, które zapewni stabilność układu zamkniętego $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}(\mathbf{q})\mathbf{u}(\mathbf{q}_t, \mathbf{y}, \cdot)$ oraz zbieżność wektora konfiguracji w takim sensie, że: $\lim_{\tau \rightarrow T} \|\mathbf{q}(\tau)\| \leq \delta(\boldsymbol{\epsilon})$, przy czym $\delta(\boldsymbol{\epsilon}) > 0$ jest pewnym otoczeniem początku układu współrzędnych, a $T \in [0, \infty)$ jest czasowym horyzontem sterowania. Chcemy ponadto, aby sterowanie zapewniało akceptowalną w praktyce jakość stanów przejściowych charakteryzującą się przede wszystkim szybką i nieoscylacyjną zbieżnością współrzędnych wektora \mathbf{q} .

Przedstawione wyżej zadanie jest ściśle związane z problemem odporności układu sterowania na zaburzenia modelu nominalnego. W rozważanym przypadku zakładamy obecność tylko zakłóceń pomiarowych, gdyż te zawsze pojawiają się w realizacjach praktycznych. Kwestia odporności metod stabilizacji dedykowanych dla bezdrowych systemów nieholonomicznych była tematem kilku wcześniejszych prac. Metodę sterowania odporną na wpływ addytywnych zakłóceń zewnętrznych w układzie sterowania systemem łańcuchowym przedstawiono w pracy [12]. Alternatywne metody sterowania odporne na błędy modelowania kinematyki robota mobilnego oraz systemu łańcuchowego można znaleźć, odpowiednio, w pracach [2], [7] oraz [1]. Zagadnienie odporności stabilizatorów na zaburzenia pól wektorowych kinematyki czterowymiarowego systemu łańcuchowego dyskutowano w [8]. Nieciągłą metodę stabilizacji w obecności szumu pomiarowego wykorzystującą technikę przełączania z histerezą dla systemu łańcuchowego poddanego działaniu zakłóceń zewnętrznych zastosowano w [11]. Ciekawy wynik przedstawiono w pracy [3], gdzie dowiedziono globalnej wykładniczej stabilności układu zamkniętego ze sterownikiem nieciągłym i systemem łańcuchowym gwarantując odporność dla stosunkowo szerokiej klasy zaburzeń zewnętrznych i błędów modelowania.

Niniejszy artykuł prezentuje próbę alternatywnego rozwiązania zagadnienia odpornej stabilizacji modelu kinematyki (2,0) przy założeniu obecności zakłóceń pomiarowych dla wszystkich zmiennych konfiguracyjnych. Zastosowana koncepcja sterowania (szczegółowo opisana w kolejnym rozdziale) polega na połączeniu dwóch niezależnych sterowników – stabilizatora nieciągłego oraz gładkiego stabilizatora jawnie zależnego od czasu – w jeden hybrydowy stabilizator odporny. Proponowana koncepcja wynika z potrzeby zachowania korzystnych cech poszczególnych sterowników składowych z jednoczesnym ograniczeniem bądź eliminacją wad obu rozwiązań prowadząc do swoistej synergii w ramach uzyskanej jakości sterowania. Wybrane zostaną następujące sterowniki składowe.

- SV: Nieciągły stabilizator VFO (przedstawiony ostatnio w [6]), reprezentowany odtąd sterowaniem $\mathbf{u}_V = [u_{1V} \ u_{2V}]^T$, który gwarantuje szybką zbieżność błędu konfiguracji oraz nieoscylacyjne (i w prosty sposób kształtowlne) stany przejściowe, jednak nie jest odporny na szumy pomiarowe w niewielkim otoczeniu błędu zerowego[†].
- SP: Gładki stabilizator Pometa (patrz [9]), reprezentowany odtąd sterowaniem $\mathbf{u}_P = [u_{1P} \ u_{2P}]^T$, dla którego wykazano stosunkowo dużą odporność na zakłócenia pomiarowe w otoczeniu zerowego błędu konfiguracji, przy generalnie wolnej i oscylacyjnej zbieżności błędu w stanie przejściowym, [8].

[†]Jest to charakterystyczna cecha całej grupy stabilizatorów z nieciągłością występującą w zerze.

Próby łączenia dwóch stabilizatorów z różnych jakościowo rodzin algorytmów były przedmiotem wcześniejszych prac. Przykładem może być artykuł [10], w którym połączono sterownik wynikający z częściowej linearyzacji kinematyki (2,0) z gładkim stabilizatorem zależnym od czasu. W pracy nie poruszano jednak zagadnienia odporności metody. Proponowana tam koncepcja wynikała z prostego przełączenia pomiędzy dwoma sterownikami na granicy obszaru zdefiniowanego w dziedzinie współrzędnych pozycji przy założeniu braku szumów pomiarowych.

2. STRATEGIA STEROWANIA

Opis strategii sterowania hybrydowego poprzedzony zostanie przypomnieniem równań stabilizatorów składowych. Sposób połączenia obu sterowników w algorytm hybrydowy będzie przedstawiony w podrozdziale 2.2.

2.1. Równania stabilizatorów SV i SP

Równania stabilizatora SV wynikają z prostych interpretacji geometrycznych kinematyki (1), w świetle których wyróżniamy sterowanie orientujące u_{1V} i popychające u_{2V} jak następuje, [6]:

$$u_{1V} = k_{\theta} e_a + \dot{\theta}_a, \quad u_{2V} = \mathbf{h}^T \mathbf{g}_2(\mathbf{q}), \quad (3)$$

gdzie $k_{\theta} > 0$ jest parametrem projektowym, $\mathbf{g}_2(\mathbf{q})$ stanowi drugie pole wektorowe kinematyki (1), natomiast pozostałe elementy są określone następująco[‡]:

$$\mathbf{h} = [h_a \ h_x \ h_y]^T = \begin{bmatrix} k_1 e_a + \dot{\theta}_a \\ -k_p x + v_x \\ -k_p y + v_y \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3, \quad k_p > 0, \quad (4)$$

$$e_a = (\theta_a - \theta) \in \mathbb{R}, \quad (5)$$

$$\theta_a = \text{Atan2c}(\kappa h_y, \kappa h_x) \in \mathbb{R}, \quad \kappa = \text{sgn}(e_{x0}) = \text{sgn}(-x_0), \quad (6)$$

$$\mathbf{v} = [v_x \ v_y]^T = -\eta \kappa \sqrt{x^2 + y^2} \mathbf{g}_2^*(\mathbf{q}_t), \quad \mathbf{g}_2^*(\mathbf{q}_t) = [\cos \theta_t \ \sin \theta_t]^T, \quad (7)$$

$$\dot{\theta}_a = \frac{\dot{h}_y h_x - \dot{h}_x h_y}{h_x^2 + h_y^2}, \quad \text{dla } h_x^2 + h_y^2 \neq 0 \quad (8)$$

przy czym k_p i $\eta \in (0, k_p)$ są kolejnymi parametrami projektowymi, $\text{sgn}(\cdot) \in \{-1, +1\}$, x_0 jest początkową wartością pozycji w osi x , natomiast $\text{Atan2c}(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ jest ciągłą wersją czteroćwiartkowej funkcji $\text{Atan2}(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto (-\pi, \pi]$. Uzasadnienie postaci równań (3) do (8) jest proste. Definicja (4) określa tzw. pole wektorowe zbieżności, które w każdej chwili determinuje żądany kierunek i orientację ewolucji kinematyki (1). Konstrukcja tego pola, poprzez definicje (6) i (7), gwarantuje

[‡]Podane postaci równań przedstawiono dla przypadku, gdy $\mathbf{e} \equiv -\mathbf{q}$ zgodnie z założeniami z rozdziału 1.

osiągnięcie punktu referencyjnego \mathbf{q}_t w sposób nieoscylacyjny z charakterystycznym efektem naprowadzania platformy robota na orientację referencyjną podczas dojazdu do pozycji docelowej. Wprowadzenie i odpowiednie zdefiniowanie pola \mathbf{h} pozwala na dekompozycję zadania sterowania metodą VFO na dwa podzadania: 1) *orientowanie* polegające na nałożeniu chwilowej orientacji wektora prędkości $\dot{\mathbf{q}}$ kinematyki (1) na orientację aktualnie określoną przez wektor \mathbf{h} oraz 2) *popychanie* odpowiedzialne za wymuszenie ewolucji współrzędnych pozycji wzdłuż bieżącego kierunku pola $\mathbf{g}_2(\mathbf{q})$ kinematyki (1) – zgodnie z (3) intensywność popychania jest proporcjonalna do chwilowego rzutu wektora \mathbf{h} na aktualny kierunek ewolucji zmiennych pozycji (można mówić zatem o popychaniu *ostrożnym*). Strategia dojazdu robota do punktu referencyjnego (ruch przodem lub tyłem) jest definiowana wartością zmiennej decyzyjnej κ wykorzystywanej w równaniach (6) i (7).

Postać równań gładkiego stabilizatora Pometa wynika z zastosowania konstruktywnego algorytmu projektowego przedstawionego w [9] i ma źródło w analizie stabilności metodą Lapunowa. Dla rozważanej kinematyki (1) i funkcji Lapunowa

$$V(\tau, \mathbf{q}) = V_1(\tau, \mathbf{q}) + V_2(\mathbf{q}^*) := \frac{1}{2}(\theta + h(\tau, \mathbf{q}^*))^2 + \frac{1}{2}\mathbf{q}^{*T}\mathbf{\Gamma}\mathbf{q}^*; \quad (9)$$

gdzie $\mathbf{\Gamma} \succ 0$, $\mathbf{q}^* = [x \ y]^T$ oraz $h(\tau, \mathbf{q}^*) = k_3 \mathbf{q}^{*T} \mathbf{q}^* \cos(\omega\tau)$, można zaproponować następujące równania sterownika SP:

$$u_{1P} = -k_1(\theta + h) + k_2 \frac{\partial h}{\partial \mathbf{q}^*} \mathbf{g}_2^* \frac{\partial V_2}{\partial \mathbf{q}^*} \mathbf{g}_2^* - \frac{\partial h}{\partial \tau}, \quad u_{2P} = -k_2 \frac{\partial V_2}{\partial \mathbf{q}^*} \mathbf{g}_2^* \quad (10)$$

przy czym $k_{1,2,3} > 0$ oraz $\omega > 0$ są parametrami projektowymi oraz $\mathbf{g}_2^* = [\cos \theta \ \sin \theta]^T$. Kluczowym dla działania stabilizatora SP jest składnik $h(\tau, \mathbf{q}^*)$, którego zadaniem jest zapewnienie ustawicznego pobudzenia w układzie zamkniętym.

Porównanie stanów przejściowych dla sterowników SV i SP uzyskanych w zadaniu parkowania równoległego przedstawia rysunek 1, na którym zaznaczono ścieżki określone przez punkt charakterystyczny robota[§] (zerową konfigurację referencyjną oznaczono gwiazdką). Rysunek 2 ilustruje natomiast wrażliwość obu sterowników na szumy pomiarowe w sprzężeniu zwrotnym w przykładowej sytuacji, gdy pozycja robota znajduje się w bliskim otoczeniu punktu referencyjnego. Przedstawione wyniki potwierdzają zasadnicze własności rozważanych stabilizatorów składowych wspomniane w poprzednim rozdziale.

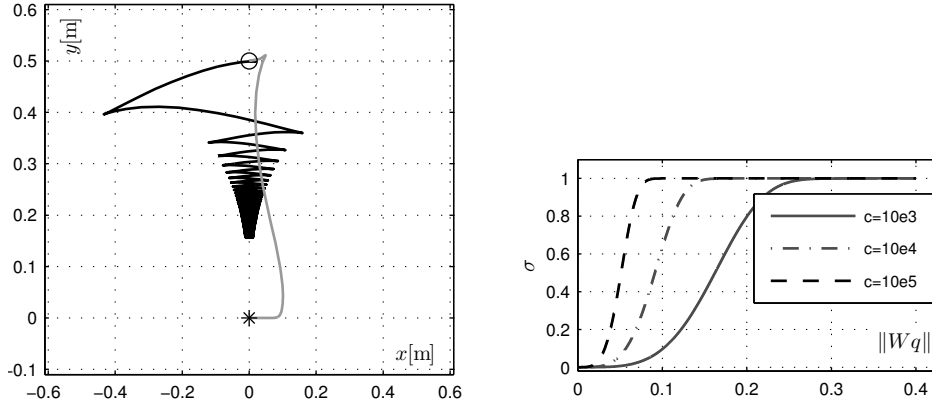
2.2. Algorytm hybrydowy

Połączmy teraz oba niezależne stabilizatory SV i SP dane równaniami (3) oraz (10) w jeden hybrydowy algorytm sterowania. W tym celu proponujemy następującą ciągłą kombinację liniową:

$$\mathbf{u} := \sigma(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{u}_V + (1 - \sigma(\mathbf{q})) \cdot \mathbf{u}_P, \quad (11)$$

przy czym $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$ jest wynikowym sterowaniem hybrydowym, a ściśle rosnąca funkcja wagowa $\sigma(\mathbf{q}) : \mathbb{R}^3 \mapsto [0, 1]$ jest zdefiniowana jako

[§]Parametry sterowników SV i SP wybrano zgodnie z opisem warunków symulacji z rozdziału 3.

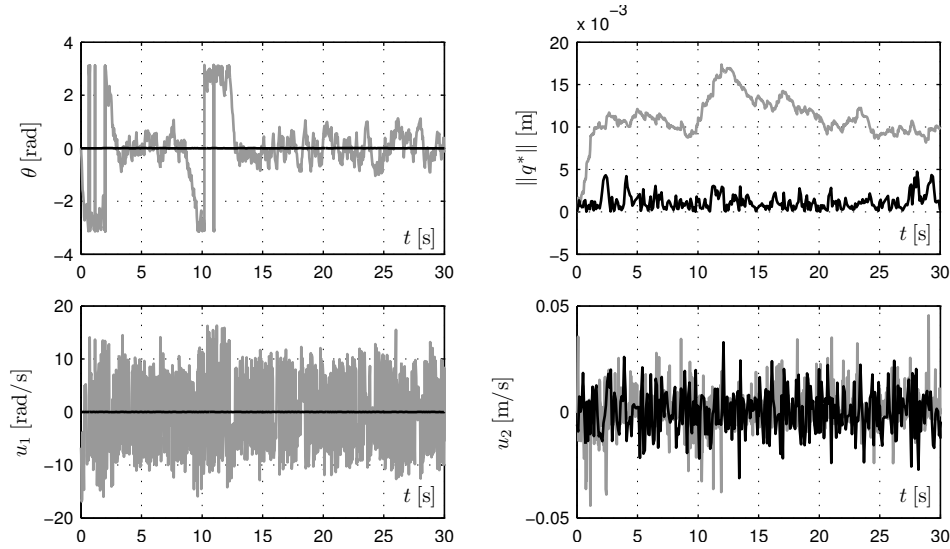


Rys. 1. Porównanie stanów przejściowych uzyskanych dla sterowników SV (szary) i SP (czarny) w postaci ścieżek pozycji zakreślonych przez robota w zadaniu parkowania równoległego – wykres lewy; przebieg funkcji wagowej (12) – wykres prawy

$$\sigma(\mathbf{q}) := 1 - \exp(-c \|\mathbf{W}\mathbf{q}\|^\beta), \quad \mathbf{W} = \text{diag}\{w_1, w_2, w_3\} \succ 0 \quad (12)$$

ze współczynnikiem stromości $c > 0$ i wykładnikiem skalującym $\beta > 0$ (rys. 1).

Na podstawie (11) i (12) możemy zauważyć, że strategia sterowania hybrydowego polega na zdominowaniu sterowania algorytmem SV w przypadku, gdy konfiguracja robota znajduje się w znacznej odległości od początku układu. W tym obszarze otrzymujemy szybką i nieoscylacyjną zbieżność wektora konfiguracji do pewnego otoczenia zera. Z kolei w niewielkiej odległości od punktu referencyjnego dominować będzie sterownik SP gwarantując odporność metody na szumy pomiarowe ϵ . Kształt i rozmiar obszaru, w którym dominuje sterownik SP są określone przez wartości elementów macierzy \mathbf{W} . Zwróćmy uwagę, że hybrydowe połączenie określone w (11) jest ciągłe i nie eliminuje działania żadnego ze sterowników składowych dla $\|\mathbf{q}\| \in (0, \infty)$. Zatem oba sterowniki nieprzerwanie i jednocześnie działają w celu realizacji zadania sterowania. Ich działanie jednak nie jest w żaden sposób zsynchronizowane – każdy stabilizator pracuje niezależnie. W pewnych warunkach takie współdziałanie może mieć charakter antagonistyczny ze względu na różne struktury i cechy obu składowych stabilizatorów. Dla stosunkowo dużych bądź małych wartości normy $\|\mathbf{q}\|$ można przyjąć, że dominuje tylko jeden ze sterowników składowych, a działanie drugiego można traktować jako zakłócenie z przestrzeni wejścia sterownika dominującego (każdy z algorytmów składowych wykazuje ograniczoną odporność na takie zakłócenia). Istnieje jednak pewien podzbiór *przejściowy* $Q \subset \mathbb{R}^3$ odpowiadający takim wartościom normy $\|\mathbf{q}\|$, $\mathbf{q} \in Q$, dla których intensywność oddziaływania obu sterowników na kinematykę robota jest porównywalna. Wielkość zbioru Q zależy od współczynnika stromości c . Przypadek skrajny, w którym $Q = \emptyset$ uzyskamy dla $c \rightarrow \infty$. Wówczas ciągła kombinacja (11) przejdzie w nieciągłe przełączenie (bez histerezy) pomiędzy sterownikami składowymi, podobnie jak w [10]. Jest to przypadek niepożądany w warunkach zakłócanych pomiarów, gdyż w łatwy sposób może prowadzić do zjawiska drgań sterownika (ang. *chattering*) na granicy przełączeń. W konsekwen-



Rys. 2. Porównanie przebiegów czasowych sygnałów w otoczeniu konfiguracji referencyjnej dla sterowników SV (szary) i SP (czarny)

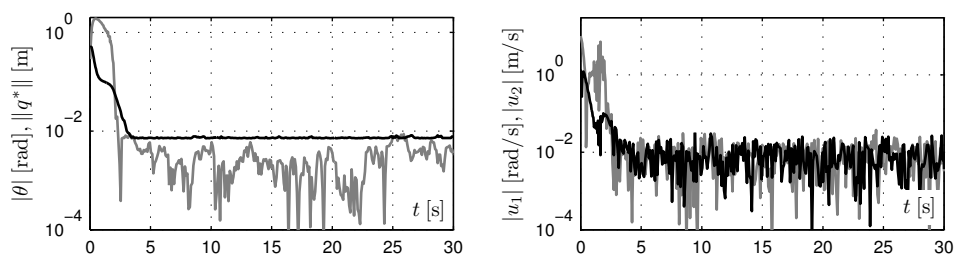
cji, dobór wartości parametru c w definicji (12) winien być rezultatem kompromisu pomiędzy rozmiarem obszaru przejściowego Q a odpornością na zjawisko drgań sterowania przy przejściu przez ten obszar.

Zwróćmy uwagę na fakt, iż wprowadzenie ciągłej kombinacji w (11) skutkuje *prawie ciągłością* wynikowego algorytmu hybrydowego (w odróżnieniu od nieciągłych technik przedstawionych np. w [11], [2] i [10]). Termin *prawie ciągłość* jest podyktowany tym, że co prawda składowa \mathbf{u}_V formalnie ma naturę nieciągłą, jednakże punkt nieciągłości jest tylko jeden dla $x^2 + y^2 = 0$, czyli w obszarze zdominowanym przez działanie stabilizatora SP. Zatem efekt nieciągłości pojawiający się w niewielkim otoczeniu zera[¶] można zaniedbać traktując niewielkie zmiany składowej $\sigma(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{u}_V$ w otoczeniu zera jako efekt dodatkowych zakłóceń w przestrzeni wejścia sterownika SP.

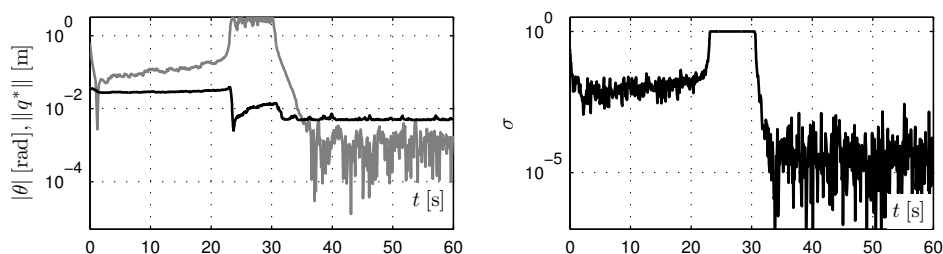
3. SYMULACJE I EKSPERYMENTY

Wszystkie badania symulacyjne zrealizowano z następującymi wartościami parametrów regulatora hybrydowego (11) – składowa SV: $k_\theta = 5$, $k_p = 3$, $\eta = 2.8$; składowa SP: $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $k_3 = 1$, $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}\{1; 4\}$, $\omega = 2$. Parametry funkcji (12) wybrano następująco: $c = 10^4$, $\beta = 4$, $\mathbf{W} = \text{diag}\{0.1; 1; 1\}$. Przyjęto odchylenia standardowe zakłóceń pomiarowych jako: $v_\theta = 0.01$ oraz $v_x = v_y = 0.005$ (przyjęta zależność $v_\theta > v_{x,y}$ wynika z przesłanek praktycznych, [4]).

[¶]Ze względu na obecność losowych szumów pomiarowych efekt nieciągłości może pojawić się w ramach gęstego zbioru w otoczeniu początku układu.



Rys. 3. Sym: Przebiegi czasowe sygnałów dla sterownika hybrydowego w zadaniu parkowania równoległego (przebiegi $|\theta|$ oraz u_1 zaznaczono kolorem szarym)

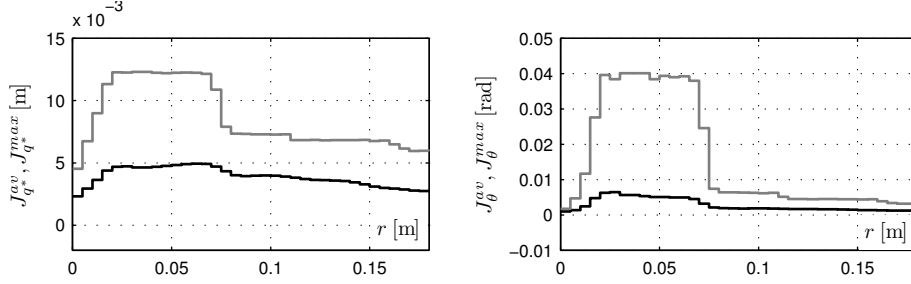


Rys. 4. Sym: Przebiegi czasowe sygnałów dla sterownika hybrydowego ilustrujące efekt opóźnionej zmiany orientacji (przebieg $|\theta|$ zaznaczono kolorem szarym)

Rysunek 3 przedstawia wyniki symulacji dla zadania parkowania równoległego otrzymane dla warunku początkowego $\mathbf{q}(0) = [0 \ 0 \ 0.5]^T$. Przebiegi konfiguracji wskazują na nieoscylacyjny charakter stanów przejściowych wynikających z dominującego wpływu sterownika SV w początkowym etapie sterowania. Uchyb orientacji i pozycji zostaje w krótkim czasie ograniczony do pewnego otoczenia zera (w opisywanym przypadku $\delta < 0.01$). Jakościową poprawę odporności na szum pomiarowy w układzie hybrydowym – w porównaniu do działania samego stabilizatora SV – można zaobserwować na podstawie przebiegu sygnału sterującego u_1 , którego amplituda w zakresie małych uchybów pozostaje na akceptowalnym poziomie (por. z rys. 2).

Przeprowadzone badania symulacyjne wskazują, iż w przypadku, gdy błąd początkowy konfiguracji znajduje się w obszarze *przejściowym* Q , w którym intensywność wpływu obu składowych stabilizatora hybrydowego jest porównywalna może pojawić się zjawisko wydłużenia czasu trwania stanów nieustalonych. Objawia się ono znaczną zmianą orientacji robota w pobliżu pozycji referencyjnej i jest wynikiem lokalnego zwiększenia intensywności oddziaływania składowej SV. Jak się jednak okazuje efekt ten prowadzi w konsekwencji do ograniczenia uchybu konfiguracji robota, a przeprowadzone wielokrotne testy symulacyjne ujawniły że efekt ten występuje tylko jednokrotnie w całym horyzoncie sterowania. Ilustracją opisywanego efektu są wyniki symulacji przedstawione na rysunku 4 otrzymane dla $\mathbf{q}(0) = [0.6283 \ -0.0087 \ 0.0339]^T$.

W celu sprawdzenia jakości sterowania dla większej liczby warunków po-



Rys. 5. Sym: Wskaźniki jakości w funkcji normy początkowej wektora pozycji robota

czątkowych przeprowadzono dodatkowe testy symulacyjne. Konfiguracje początkowe $\mathbf{q}_0(r, \alpha, \theta_0)$ wybierano w sposób deterministyczny stosując opis we współrzędnych biegunowych przyjmując: $\mathbf{q}_0^* = [x_0 \ y_0]^T := r [\cos \alpha \ \sin \alpha]^T$ dla $r \in [0; 0.18]$ m wybieranego z krokiem $\Delta r = 0.005$ m oraz $\alpha \in (-\pi, \pi]$ wyznaczanego z krokiem $\Delta \alpha = 2\pi/100$. Dla każdej wartości \mathbf{q}_0^* wybierano orientację początkową $\theta_0 \in (-\pi, \pi]$ z krokiem $\Delta \theta = 2\pi/100$. Przeglądając przestrzeń warunków początkowych przeprowadzono $370 \cdot 10^3$ prób symulacyjnych dla horyzontu sterowania $\tau_h = 60$ s. Dla każdej próby obliczono następujące całkowe wskaźniki jakości, których celem było określenie jakości sterowania w horyzoncie ostatnich $\Delta \tau = 5$ s symulacji:

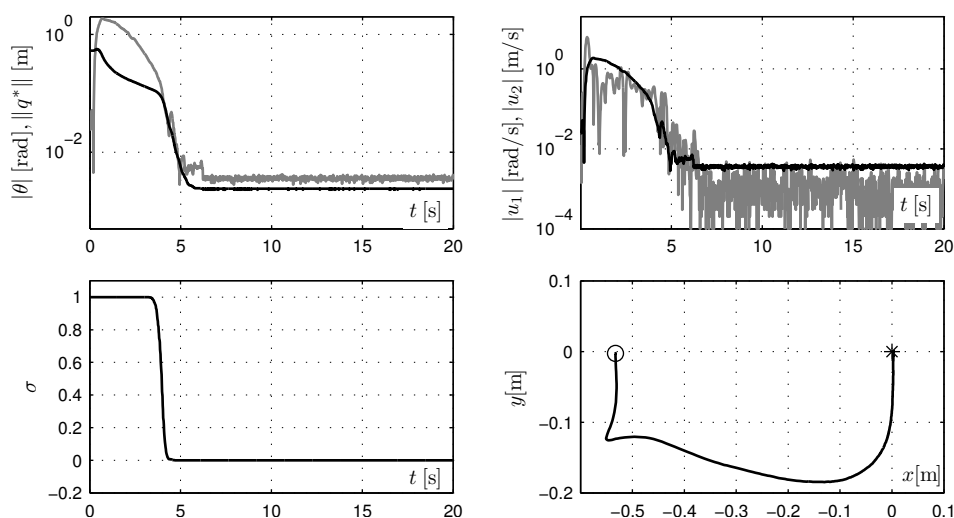
$$J_\theta(r, \alpha, \theta_0) = \frac{1}{\Delta \tau} \sqrt{\int_{\tau_h - \Delta \tau}^{\tau_h} \theta^2(\zeta) d\zeta}, \quad J_{\mathbf{q}^*}(r, \alpha, \theta_0) = \frac{1}{\Delta \tau} \sqrt{\int_{\tau_h - \Delta \tau}^{\tau_h} (x^2(\zeta) + y^2(\zeta)) d\zeta},$$

przy czym J_θ oraz $J_{\mathbf{q}^*}$ oznaczają wskaźniki w odniesieniu odpowiednio do błędu orientacji i pozycji. Obliczono także zagregowane wskaźniki średnie i maksymalne

$$J_\theta^{\text{av}}(r) = \frac{1}{m^2} \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{m-1} J_\theta(r, k\Delta\alpha, l\Delta\theta), \quad J_{\mathbf{q}^*}^{\text{av}}(r) = \frac{1}{m^2} \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{m-1} J_{\mathbf{q}^*}(r, k\Delta\alpha, l\Delta\theta)$$

$$J_\theta^{\text{max}}(r) = \max_{k,l} \{J_\theta(r, k\Delta\alpha, l\Delta\theta)\}, \quad J_{\mathbf{q}^*}^{\text{max}}(r) = \max_{k,l} \{J_{\mathbf{q}^*}(r, k\Delta\alpha, l\Delta\theta)\},$$

dla $m = 100$. Wyniki testów przedstawiono na rysunku 5. Analizując wykresy wskaźników możemy wnioskować, że algorytm hybrydowy (11) zapewnia najlepszą jakość sterowania w przypadku większych uchybów początkowych pozycji robota. Wyjaśnienie tego efektu wynika z cech stabilizatora SV, który dla większych początkowych błędów pozycji ma dominujący wpływ w pierwszym etapie ruchu i pozwala uzyskać (poprzez efekt naprowadzania, [6]) korzystne warunki pracy dla sterownika SP dominującego z kolei w otoczeniu zera. W zakresie początkowych norm błędu pozycji znajdujących się stosunkowo wąskim przedziale (0.01;0.08), obserwuje się zwiększone wartości wskaźników jakości. Efekt ten ma źródło w intensywnej interakcji sterowników SV i SP w zbiorze przejściowym Q . Można jednak podać praktyczny sposób uniknięcia tego efektu sprowadzając początkowo konfigurację robota (stosując np. stałe sterowania w układzie otwartym) poza zbiór Q , tak aby po załączeniu



Rys. 6. Eksp: Przebiegi sygnałów uzyskane podczas realizacji eksperymentu parkowania równoległego (przebiegi $|\theta|$ oraz u_1 zaznaczono kolorem szarym)

sterowania (11) dominujący wpływ przejął sterownik SV i ujawnił się korzystny efekt naprowadzania.

Potwierdzeniem wyników symulacyjnych są wyniki badań eksperymentalnych przeprowadzonych na stanowisku z robotem MiniTracker 3 wyposażonym w wizyjny system lokalizacji, [5]. W tym przypadku wybrano następujące parametry sterownika – składowa SV: $k_\theta = 2$, $k_p = 1$, $\eta = 0.8$; składowa SP: $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $k_3 = 1$, $\Gamma = \text{diag}\{1;4\}$, $\omega = 2$. Parametry funkcji (12) przyjęto tak jak w testach symulacyjnych. Na rysunku 6 przedstawiono przebiegi czasowe błędów konfiguracji, sygnałów sterujących, przebiegu funkcji (12) oraz ścieżkę pozycji robota w przestrzeni zadania uzyskane podczas eksperymentu parkowania równoległego (zerową konfigurację referencyjną oznaczono gwiazdką). Wyniki pokazują szybką i nieoscylicyjną zbieżność błędów konfiguracji do niewielkiego otoczenia zera przy zachowaniu dobrej odporności na szum pomiarowy wprowadzany przez wizyjny system pomiarowy.

4. PODSUMOWANIE

W pracy zaproponowano hybrydowy algorytm stabilizacji dla robota mobilnego o kinematyce (2,0). Przedstawiona koncepcja wynika z połączenia, za pomocą ciągłej i dynamicznie ważonej kombinacji liniowej, dwóch niezależnych stabilizatorów składowych – nieciągłego sterownika VFO oraz gładkiego stabilizatora Pometa. Ścisłe rosnącą funkcję wagową uzależniono od normy wektora konfiguracji. Poprzez takie połączenie uzyskano rozwiązanie synergetyczne, zachowujące i wiążące praktycznie pożądane cechy obu stabilizatorów składowych takie, jak szybka i nieoscylicyjna

zbieżność w stanie przejściowym oraz odporność na szумы pomiarowe. Formalna analiza zbieżności błędu stabilizacji w układzie sterowania ze sterownikiem hybrydowym stanowi ciekawy obszar dalszych prac badawczych.

LITERATURA

- [1] M. K. Bennani, P. Rouchon. Robust stabilization of flat and chained systems. In: Third European Control Conference. *Proceedings*, Rzym, 1995, s. 2642–2646.
- [2] J. P. Hespanha, D. Liberzon, A. S. Morse. Logic-based switching control of a nonholonomic system with parametric modeling uncertainty. *Sys. and Cont. Letters*, 1999, wolumen 38, s. 167–177.
- [3] Z.-P. Jiang. Robust exponential regulation of nonholonomic systems with uncertainties. *Automatica*, 2000, wolumen 36, s. 189–209.
- [4] M. Kiełczewski, D. Pazderski, K. Kozłowski. Wizyjny system lokalizacji robota mobilnego z estymatorem prędkości i przyspieszeń. In: *Problemy robotyki* Red. K Tchoń, C. Zieliński, wolumen 166, Tom II serii *Prace naukowe. Elektronika*, s. –. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2008.
- [5] M. Michałek et al. Trajectory tracking for a mobile robot with skid-slip compensation in the vector-field-orientation control system. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 2009, wolumen 19, numer 4, s. 547–559.
- [6] M. Michałek, K. Kozłowski. Vector-Field-Orientation feedback control method for a differentially driven vehicle. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 2010, wolumen 18, numer 1, s. 45–65.
- [7] P. Morin, C. Samson. Robust stabilization of driftless systems with hybrid open-loop/feedback control. In: American Control Conference. *Proceedings*, Chicago, 2000, s. 3929–3933.
- [8] P. Morin, C. Samson. Trajectory tracking for non-holonomic vehicles: overview and case study. In: 4th Inter. Workshop On Robot Motion and Control. *Proceedings*, Puszczkowo, 2004, s. 139–153.
- [9] J. B. Pomet. Explicit design of time varying stabilization control laws for a class of controllable systems without drifts. *Sys. and Cont. Letters*, 1992, s. 147–158.
- [10] J.-B. Pomet et al. A hybrid strategy for the feedback stabilization of nonholonomic mobile robots. In: IEEE Inter. Conference on Robotics and Automation. *Proceedings*, Nice, France, 1992, s. 129–134.
- [11] C. Prieur, A. Astolfi. Robust stabilization of chained systems via hybrid control. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2003, wolumen 48, numer 10, s. 1768–1772.
- [12] E. Valtolina, A. Astolfi. Local robust regulation of chained systems. *Sys. and Cont. Letters*, 2003, wolumen 49, s. 231–238.

HYBRID ROBUST STABILIZER FOR THE (2,0)-TYPE MOBILE ROBOT

The paper presents a novel stabilization algorithm for the (2,0)-type mobile robot. The concept comes from a dynamically-weighted linear combination of two independent control laws: the discontinuous VFO method and the Pomet's smooth stabilizer. The resultant hybrid stabilizer is robust against measurement noise of configuration variables, while generally giving fast and non-oscillatory transients of a stabilization error in a closed-loop control system. Effectiveness of the method is illustrated by simulation and experimental results.